

【淡江學術圈】高金美 啟發教師教學 鑽研圖形理論

書香聊天室

「組合設計理論是離散數學的重要部分，既有很強的理論性，又有廣泛的應用價值且饒有趣味，引人入勝。……」

文／周雨萱、攝影／李建旻

研究緣起

在長達30餘年的研究生涯中，數學系教授高金美秉持著「師者，所以傳道、授業、解惑」的念頭，在學術領域不斷地精進自己，期望能將數學理論探討更深遠，並在教學上更突破。她認為，從事研究是一個自我學習的過程，對於新知的好奇心，更促使她不斷地鑽研於數學學術領域。

國立臺灣師範大學數學系畢業後，進入國中擔任教職5年多，她自覺「要是老師裡子也沒有太多東西，要從何教授學生」，毅然選擇到美國奧本大學繼續攻讀碩士，並專研「數值分析」(numerical analysis)。高金美笑著說，「在我們那個年代，電腦科學是一門新興的領域，於是我抱著『嘗鮮』的想法去研究它！」數值分析與電腦息息相關，她回憶，「在學好各種數值分析方法的同時，就是在學會如何寫程式來套用它們。」並認為，數學在計算機科學的軟體、甚至硬體發展上，一直扮演關鍵的角色。

研究領域

曾有人將研究諧音－「菸酒」喻為做研究的寫照，但對高金美來說，則是「ENJOY」。她主要的研究範疇在於「組合設計」、「圖形理論」兩個領域上。她說明：「組合設計理論是離散數學的重要部分，是一門將事物按特定要求進行配置，並討論其性質的學問，既有很強的理論性，又有廣泛的應用價值且饒有趣味，引人入勝。」

「組合設計的理論十分廣泛，生活中處處可看見！」在應用方面，數位化產品、衛星通訊等都仰賴錯誤糾正碼(Error Correcting Code)設計以增加可靠性；提款卡、簽帳卡等也是密碼學的附產品；另外，DNA的定序問題，生物食物網的平衡、實驗設計的安排，皆是組合數學的應用範疇。高金美解釋道，「許多獨立的數學物件，可用組合設計的概念和語言給予統一表述，並用組合設計方法進行統一處理。」

另一個研究主軸，圖形理論(Graph theory)，是以圖為研究對象，研究要點在於點與線的結構關連性，這種圖形通常用來描述某些事物之間的某種特定關係。圖論有相當廣泛的應用，包括實質物理空間，以及非實質的觀念世界。例如：交通路網、自來水、電力、電信...等管網管理、計畫管理評估、都市系統結構、建物動線分析、建物結構等。高金美認為，「圖論領域的研究重點在於點與線的結構關係，而不是距離或

者方向的問題。」

研究歷程

高金美的研究與教職生涯關係密不可分，從碩士時期專研「數值分析」到博士時期轉攻「組合設計」，皆是為了將數學理論研究透徹，進而將研究運用至教學內容，亦或發表期刊論文讓更多人重視數學理論。高金美認為，「數學範圍很廣泛，不可能全部都學，畢竟是幾世紀累積的知識，應該投自己所好且往新東西去學習。」她帶領多位博士生研究，難免會遇到瓶頸，或面臨研究結果與預期間的落差，然而她秉持著不斷嘗試的精神，且受到學生對研究努力的態度影響，就更有動力一起解決問題，試著一點一滴地研究出細部問題，再拼湊成更巨型理論。

高金美在有了特殊拉丁方陣及組合設計的基礎下，更能從不同的角度來探討「圖形理論」中的圖分割 (Graph Decomposition)，她解釋道，「圖分割是簡化或改變圖像的表示形式，使得圖像更容易理解和分析。而延伸至計算機視覺領域中圖像分割

(Segmentation) 應用範圍如：在衛星圖像中定位物體、人臉及指紋識別及交通控制系統等。」

研究成果

高金美埋首研究30餘年，在產學合作方面的豐碩研究成果，曾帶給國中小學教師教學啟發。如：與本校師資培育中心副教授朱惠芳於2004年執行國家科學委員會補助專題研究計畫—「圖論中地圖著色問題融入九年一貫數學教材之發展研究」。以有趣的著色問題融入數學圖形理論中，推廣至國中、小教師製作教材、教案，激發學生學習興趣，讓學生藉由回答問題去思考數學並非只是運算！高金美表示，計畫施行後發現，「原本放棄數學的學生，開始相互討論數學，甚至期待出現問題，逐漸減少對數學的畏懼感。」

除此之外，高金美相當重視基礎數學的教學，因此她於2001年至2004年期間，在教育部多個研究計畫中，如：「高二到大二基礎數學四年一貫之整合」、「提昇大學基礎數學—線性代數教學之研究」，皆在數學教育上奉獻卓著。她解釋：「學生在國小到高中的數學課本所學，未必能直接應用於生活，而是為了奠基未來更高層次的理科基礎。同時，也能藉此掌握數學的思考方法以及分析、解決問題的思維方式。」她也打趣地比喻，「就像蓋金字塔，在每個學習階段打好基礎，底面積越大，才會越穩。」

高金美近年持續探討圖形理論及組合設計，如：F-飽和圖的探討、完全多分圖及完全圖之太陽圖的探討、迴圈系統等。

未來展望

圖形理論有許多分支，而其中一環「圖分割」的領域，她認為「因為國內學者較少研究此領域，期望國內研究學子在碩、博士階段，能努力奠定對圖形理論的基礎研究。」

」

談起未來計畫，高金美笑著表示，「已經準備要退休啦！」她更對於國內學者在圖形理論研究上寄予厚望。即使將步入退休生活，從她閃爍光芒的眼神仍透露著對於學生與教學的堅持。她也期許校內老師能如同她秉持著「學起於思，思源於疑」想法的理念，充分利用課堂語言設置懸念，引起學生的認識衝突及不平衡，從中激發學生探究知識的慾望。

談起對於學生的期許與建議，她認為學習路程如同旅程，重點不是開始與結束，而是中間思考的過程。她希冀學生要像職業運動選手一般，「越困難之處，越要抓緊時間勤練習！」

致力於圖形理論之圖分割研究 高金美

這些年主要研究的主題是如何把一個大的圖分解成具有預定形式的子圖，這是圖論中的一個重要研究課題。因為特殊形式的分解可以對應到組合設計的建構進而應用於實驗設計，這更突顯這方面研究的重要性。

圖分割是把一個圖或超圖的邊集合作適當地分割，使得這些子集合分別可以生成預定形式的子圖；它的引申研究是選定一些子圖來覆蓋原圖的所有邊(Graph Covering)，或是裝填部分的邊(Graph Packing)。如果選定的子圖是固定圖，則分割的問題可以看成是一類的圖設計(Graph Design)，這也就是上述提到的對應，藉由圖的分割來解決組合設計，以及它的相關研究，例如編碼理論、實驗設計。

值得一提的是在組合設計的建構上，如果用圖分割的形式來尋求答案，我們考慮的固定子圖就會是一個完全圖。然而，研究圖分割時，它的子圖形式變化很多，也多半具有相當高的難度。

由於我本身在研究所時期，以及畢業後數年的主要研究工作是在特殊拉丁方陣及組合設計的建構，讓我有機會從不同的角度來探討圖分割的問題。因此得以充分利用組合設計的性質，包括拉丁方陣、循環及旋轉建構(Cyclic and Rotational)、以及特殊的Skolem序列等，來解決特殊圖的分割問題。在過去十年左右，我們的確獲得不少的研究成果。在這，我希望能藉此機會表達對所有指導過的學生的由衷感謝，尤其是多位博士畢業同學，他們的努力與執著，讓我有機會能與他們合作，共同完成不少原本以為很困難的研究工作。

近年來，我們更開始處理不是一般所常用的完全圖或完全多分圖的分割，而是具有某些特性的一般圖類的分割問題，難度的確提高很多。因此對於圖的結構，我們有了更進一步的了解，所得到的研究成果也更好。

最後，我要再強調的是圖分割、圖覆蓋以及圖裝填在很多領域(應用數學)都扮演十分重要的角色，包括網路建構、特殊傳輸通訊碼的建構、計算分子生物學、群試理論等

等。希望國內學者能更加強這領域的研究，期待有更卓越的研究表現。

何謂圖形理論之圖分割：

圖分割 (Graph Decomposition) 是簡化或改變圖像的表示形式，使得圖像更容易理解和分析。而延伸至計算機視覺領域中圖像分割 (Segmentation) 應用範圍如：在衛星圖像中定位物體、人臉及指紋識別及交通控制系統等。

